

# Vektorrechnung

Glebe 05/95

Aufgabe 1)

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

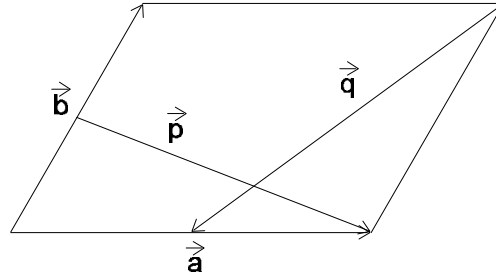
- Bilde zeichnerisch und rechnerisch den Vektor  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ !
- Bestimme zeichnerisch und rechnerisch den Vektor  $\vec{x}$ , damit gilt  $\vec{0} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{x}$ !

Aufgabe 2)

Geschlossener Vektorzug

Bestimme die Teilverhältnisse der Vektoren  $\vec{p}$  und  $\vec{q}$  in der nebenstehenden Zeichnung!

Skizze:



Aufgabe 3)

Die Punkte  $A(-2/3/4)$ ,  $B(2/-1/0)$  und  $C(4/-3/2)$  bilden die Ecken eines Dreiecks.

- Bestimme die Gleichungen der Seiten des Dreiecks!
- Bestimme die Schnittwinkel der Geraden!
- Bestimme die Länge der Strecken  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$ !
- Bestimme die Fläche des Dreiecks!

Aufgabe 4)

Gegeben ist die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

- Liegt der Punkt  $P(-5/8/-5)$  auf der Geraden?
- Wo schneidet die Gerade die x-y-, y-z- und x-z-Ebene (=Spurpunkte)?

Aufgabe 5)

Weise nach, dass die Figur, die durch die Punkte  $P_1 = (2/3)$ ;  $P_2 = (0/-3)$ ;  $P_3 = (4/-1)$  und  $P_4 = (-2/1)$  gebildet wird, ein Quadrat ist!

TIP: Im Quadrat stehen die Seiten senkrecht zueinander und alle Seiten haben die gleiche Länge.

Aufgabe 6)

Eine Gerade geht durch den Ursprung und dem Punkt  $(1/3/-2)$ .

- Bestimme die Geradengleichung  $g_1$ !
- Bestimme eine parallele Gerade  $g_2$  durch den Punkt  $(2/2/2)$ !
- Bestimme eine Senkrechte  $g_3$ , die die Gerade im Ursprung schneidet!
- Bestimme eine Senkrechte  $g_4$ , die durch den Punkt  $(1/2/3)$  geht!
- Bestimme den Schnittpunkt von  $g_1$  und  $g_4$ !

Aufgabe 7)

Gegeben ist die Gerade  $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

Bestimme die Lage von  $g_1$  zu den Geraden  $g_2$  bis  $g_5$ ! Ermittle ggf. den Schnittpunkt!

$$g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ -10 \end{pmatrix} \qquad g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$g_4: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \\ 13 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad g_5: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8)

Gegeben sind die Punkte  $P(2/-1/3)$ ,  $Q(4/-2/-1)$  und  $R(-2/3/2)$ .

a) Wie lautet die Gleichung der Ebene, die durch die drei Punkte festgelegt ist?

b) Wie liegt die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  zur Ebene? Bestimme ggf. den Schnittpunkt!

c) Liegt der Punkt  $A(10/-7/8)$  in der Ebene?

d) Bestimme eine Gerade, die die Ebene rechtwinklig schneidet und durch den Punkt  $S(2/-4/0)$  läuft!

e) Bestimme die Spurgeraden der Ebene!

Aufgabe 9)

Eine Ebene ist gegeben durch die Punkte  $P_1 = (2/-3/5)$ ;  $P_2 = (1/-2/7)$  und  $P_3 = (-4/6/-3)$ .

a) Weise nach, dass der Punkt  $P_4 = (-15/23/-6)$  in der Ebene liegt!

b) Bestimme den Schnittpunkt der Ebene mit der Geraden, die durch die Punkte  $P_5 = (-1/1/3)$  und  $P_6 = (3/-5/-5)$  geht!

Aufgabe 10)

Gegeben sind die Ebenen  $E_1$  und  $E_2$ :

$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a) Bestimme die Lage der Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  zueinander und ermittle ggf. die Schnittgerade!

b) Bestimme den Schnittwinkel der Ebenen!

c) Welchen Abstand haben die Ebenen zum Ursprung?

d) Welchen Abstand haben die Ebenen zueinander?

e) Bilde eine Ebene  $E_3$ , die parallel (nicht identisch) zu  $E_1$  liegt und bestimme den Abstand zwischen  $E_1$  und  $E_3$ !

f) Bilde eine Ebene  $E_4$ , die im Abstand von 5LE parallel zur Ebene  $E_2$  liegt!