Lineare Ungleichungen

Glege 04/01

Rechenzeichen:	$>$	größer	$<$	kleiner
	$\geq$	größer gleich	$\leq$	kleiner gleich
	$+\infty$	plus Unendlich	$-\infty$	minus Unendlich

Intervalle

Ein Intervall ist ein Bereich von Zahlen. Es gibt eine untere und eine obere Grenze. Diese Grenze kann auch Unendlich sein.
Bei einem „offenen Intervall“ sind die Grenzen selbst nicht im Intervall enthalten;
Schreibweise:] 2 ; 5 [Hier gehören die Grenzen 2 und 5 nicht zum Intervall.
Bei einem „geschlossenen Intervall“ sind die Grenzen im Intervall enthalten;
Schreibweise: [–3 ; 4] Hier gehören die Zahlen –3 und 4 mit zum Intervall.
Gehört nur eine der beiden Grenzen zum Intervall, spricht man von einem „halboffenen Intervall“. Unendlich wird immer ausgeschlossen: [3 ; ∞ [*oder*] –∞ ; 4]
Bei Ungleichungen wird die Lösungsmenge in Intervallen angegeben.

Aufgabe 1)

Gib für die angegebenen Ungleichungen die Lösungsmengen in Intervallschreibweise an und zeichne jeweils das Intervall auf einem Zahlenstrahl ein!

Beispiel: $x \leq 5$

Lösungsmenge: $\mathbb{L}$ =] –∞ ; 5]

a) $x > 3$ b) $x < -2$ c) $x \leq 1$ d) $x \geq -1$

Aufgabe 2)

Gib für die angegebenen Lösungsmengen die Ungleichungen an!

Beispiel: $\mathbb{L}$ =] 7 ; ∞ [

Ungleichung: $x > 7$

a)] –∞ ; –5 [b)] 2 ; ∞ [c)] –∞ ; –1] d)] –1 ; ∞ [

Berechnung von Ungleichungen

Zur Berechnung von Ungleichungen wird nach *x* aufgelöst. Dabei ist zu beachten, dass sich das Ungleichheitszeichen umdreht, wenn mit einer negativen Zahl multipliziert oder dividiert wird oder wenn der Kehrwert gebildet wird!
Beispiele:

a) $$3 > 2 \quad |\cdot(-1)$$
$$-3 < -2$$

b) $$4 < 6 \quad |:(-2)$$
$$-2 > -3$$

c) $$2 < 4 \quad |\, \textit{Kehrwert}$$
$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$$

Aufgabe 3)

Löse die Ungleichungen nach x auf!

a) $3 + x > 4$	b) $2x + 4 < 10$	c) $4 \leq 3 - x$
d) $2\,(3x + 1) < 8$	e) $2x - 1 \geq -x + 1$	f) $0{,}5 - 2x > 1{,}5x$
g) $\frac{1}{5} + \frac{3}{4}x > \frac{2}{8}x - \frac{18}{10}$	h) $-4 + 2x > 2\,(x - 2)$	i) $3x < \frac{1}{2}(6x + 2)$

zu h) Das Ergebnis hat kein x, die Aussage ist wahr. Die Aufgabe ist allgemeingültig, die Ungleichung stimmt für jeden x-Wert.

zu i) Das Ergebnis hat kein x, die Aussage ist falsch. Die Aufgabe hat keine Lösung. Es gibt keinen x-Wert, für den die Ungleichung stimmt.

Berechnung von Bruchungleichungen

Beispiel: $\frac{1}{5+x} > \frac{2}{3}$ | es muss mit den Nennern multipliziert werden.

Da nicht bekannt ist, ob $5 + x$ positiv oder negativ ist, muss eine Fallunterscheidung gemacht werden.

1. Fall:

$$5 + x > 0$$
$$x > -5$$
$$\frac{1}{5+x} > \frac{2}{3}$$
$$3 > 2 \cdot (5 + x)$$
$$3 > 10 + 2x$$
$$-7 > 2x$$
$$-\frac{7}{2} > x$$

es muss gelten:

$x > -5$ und $x < -\frac{7}{2}$

$\mathbb{L} = \left] -5 < x < -\frac{7}{2} \right[$

2. Fall:

$$5 + x < 0$$
$$x < -5$$
$$\frac{1}{5+x} > \frac{2}{3}$$
$$3 < 2 \cdot (5 + x)$$
$$3 < 10 + 2x$$
$$-7 < 2x$$
$$-\frac{7}{2} < x$$

es muss gelten:

$x < -5$ und $x > -\frac{7}{2}$

$\mathbb{L} = \{ \}$

Lösung: $\mathbb{L} = \left] -5 < x < -\frac{7}{2} \right[$

Aufgabe 4)

Berechne die Lösungsmengen:

a) $\frac{1}{x} > 4$	b) $\frac{2}{x-1} \geq \frac{2}{3}$	c) $3\frac{1}{3} < \frac{x+1}{x-1}$