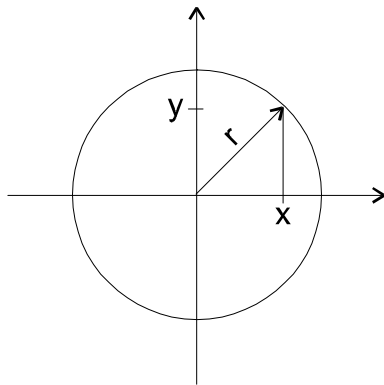


Kreisgleichungen

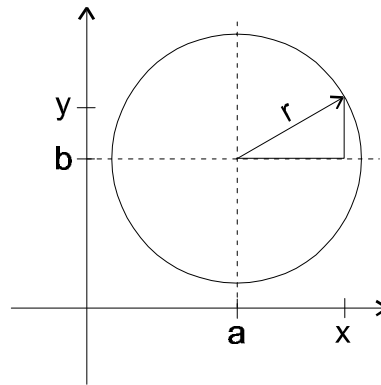
Glege 04/00

Kreis mit Mittelpunkt im Ursprung



$$r^2 = x^2 + y^2$$

aus dem Ursprung verschobener Kreis



$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$$

Aufgabe 1)

Gib den Mittelpunkt M und Radius r an:

Beispiel: gegeben: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 49$

Lösung: $M(3; 4)$; $r = 7$

a) $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 25$

b) $x^2 + (y+7)^2 = 10$

c) $x^2 + y^2 = 81$

d) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{7}{2}\right)^2 = 2^2$

Aufgabe 2)

Gib die Kreisgleichung an:

Beispiel: gegeben: Mittelpunkt $M(3; 4)$; Radius $r=7$

Lösung: die Kreisgleichung lautet: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 49$

a) $M(5; 2)$; $r = 12$

b) $M(-3; 6)$; $r = 4$

c) $M(7; -4)$; $r = \sqrt{7}$

d) $M(2; -1)$; $r = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

Aufgabe 3)

Handelt es sich bei den folgenden Gleichungen um Kreisgleichungen? Wenn ja, gib den Mittelpunkt und Radius an:

$$x^2 - 4x + y^2 - 2y = 0$$

Beispiel: $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 4 + 1$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$$

$M(2; 1)$, $r = \sqrt{5}$

Ist der Radius ein negativer Wert, handelt es sich nicht um eine Kreisgleichung!

a) $x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = 0$

b) $x^2 + y^2 - y = 0$

c) $x^2 + y^2 - x - y = -1$

d) $(x+2) \cdot (x-3) + y^2 = 0$

Aufgabe 4)

Gegeben sind die Punkte A(1/ 2), B(4/ 2) und C(4/ 6)

- Wie lautet die Gleichung des Kreises, auf dem die Punkte A, B und C liegen?
- Liegt der Punkt D(1/ 6) auch auf dem Kreis?
- Welche Punkte P_1, P_2 auf dem Kreis haben die x -Koordinate $x=3$
- Welche Punkte Q_1, Q_2 auf dem Kreis haben die y -Koordinate $y=5$

Aufgabe 5)

Gegeben ist der Kreis $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$

Untersuche, ob die Geraden g_1 bis g_3 Passanten, Tangenten oder Sekanten sind:

- $g_1: y = x - 3$
 $g_2: y = -x + 7$
 $g_3: y = 2x + 6$

Aufgabe 6)

Gegeben ist der Kreis $(x-2)^2 + y^2 = 4$ und die Gerade $y = -x + b$

Für welche b ist die Gerade Passante, Tangente oder Sekante?

Aufgabe 7)

Gegeben ist der Kreis $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 8$ und der Berührungspunkt $P(5/ y)$.

Bestimme die Gleichung der Tangenten in P an den Kreis.

Aufgabe 8)

Die Gerade $x = 3$ ist Sekante des Kreises $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$

- Bestimme die Schnittpunkte von Kreis und Sekante.
- Bestimme die Tangenten, die in den Schnittpunkten am Kreis anliegen.
- Bestimme den Schnittpunkt der beiden Tangenten.

Aufgabe 9)

Ein Kreis hat seinen Mittelpunkt im 1. Quadranten und den Radius $r=5$. Er schneidet die x -Achse im Ursprung und bei $x=6$. Bestimme den Mittelpunkt M .

TIP zu 4) a) die Punkte in die Kreisgleichung einsetzen, es ergibt sich ein Gleichungssystem mit 3 Gleichungen, das gelöst werden muss

b) $x=1$ einsetzen c) $x=3$ einsetzen d) $y=5$ in die Kreisgleichung einsetzen, x -Koordinaten berechnen

TIP zu 5) die Geradengleichungen in die Kreisgleichung einsetzen, nach Null auflösen, pq-Formel anwenden

- steht unter der Wurzel ein Wert > 0 , gibt es 2 Lösungen, d.h. Sekante

- steht unter der Wurzel der Wert 0, gibt es 1 Lösung, d.h. Tangente

- steht unter der Wurzel ein negativer Wert, gibt es keine Lösung, d.h. Passante

TIP zu 6) Rechnung wie bei Aufg. 5); bestimmen, für welche b der Wert unter der Wurzel kleiner, gleich oder größer Null ist und die Ergebnisse entsprechend interpretieren

TIP zu 7) 5 in die Kreisgleichung einsetzen und y berechnen. Steigung der Geraden vom Mittelpunkt zum

Berührungspunkt bestimmen (Differenzenquotient), davon den negativen Kehrwert bilden, diesen

Steigungswert und die Koordinaten des Berührungspunktes in die allgemeine Geradengleichung $y = mx + b$ einsetzen, b berechnen

TIP zu 8) a) $x=3$ in die Kreisgleichung einsetzen, y -Werte berechnen

b) vgl. Aufg 7)

c) die beiden Geradengleichungen gleichsetzen, x berechnen, x in eine der beiden Geradengleichungen einsetzen, y berechnen

TIP zu 9) von den Schnittpunkten aus befindet sich M im Abstand von $r=5$, rechtwinkliges Dreieck bilden, über Pythagoras die y -Koordinate des Mittelpunktes berechnen