

# Kniffliges

Gleige 10/95

## Drei Wanderer

Drei Wanderer suchen eine Herberge auf, um dort zu nächtigen. Der Wirt verlangt für das Lager 25 Taler. Jeder der 3 Wanderer zahlt mit einem 10 Taler Stück. Sie einigen sich darauf, dass der Wirt jedem genau einen Taler zurückgibt und die restlichen 2 Taler behält. So hat jeder Wanderer 9 Taler bezahlt. Die Rechnung ergibt 3 mal 9 Taler der Wanderer plus 2 Taler, welche der Wirt behält, machen zusammen aber nur 29 Taler. Wo ist der Taler geblieben, der zu den 30 Talern, die die Wanderer bezahlten, noch fehlt?

## Achilles und die Schildkröte

Die griechischen Philosophen Zenon und Elea stellten das folgende Sophisma (= Trugschluss) auf: Der schnelle Läufer Achilles verfolgt eine langsame Schildkröte. Achilles befinde sich in Punkt A, die Schildkröte in Punkt B. Zum Zeitpunkt, zu dem Achilles B erreicht, ist die Schildkröte schon bis C gekrochen. Erreicht Achilles C, so ist die Schildkröte bereits in D. Daran ist zu erkennen, dass Achilles die Schildkröte nie überholen kann.

## Francis Galtons Wahrscheinlichkeitsrechnung

Es soll die Wahrscheinlichkeit berechnet werden für den Fall, dass 3 Münzen, die einmal geworfen werden, entweder alle Kopf oder alle Zahl zeigen. Galton schlägt folgende Lösung vor: Zur besseren Veranschaulichung stelle man sich vor, die Münzen würden nacheinander geworfen. Die erste Münze zeigt Kopf oder Zahl. Beide Ausfälle sind günstig. Die zweite Münze zeigt in der Hälfte aller Fälle die gleiche Seite, wie die erste. Wird die dritte Münze geworfen, wird sie in der Hälfte der Fälle, die vorher günstig waren, d.h. in der Hälfte der Hälfte der Fälle, die richtige Seite zeigen. Somit wird das erwartete Bild in einem Viertel aller Fälle oder in 25% aller Versuche eintreten.

Francis Galton (1822 - 1911), Reisender und Forscher

## Der Wein und das Wasser

Auf dem Tisch stehen ein Glas Wein und ein Glas Wasser. Beide Gläser sind gleich gefüllt. Nun wird aus dem Wasserglas ein Teelöffel gefüllt mit Wasser in den Wein gegeben, umgerührt, danach ein Teelöffel aus dem Weinglas in das Wasserglas gefüllt. Ist nun im Wein mehr Wasser oder im Wasser mehr Wein?

## Der Forscher und die Wilden

Ein Forscher wurde von Wilden gefangen, die ihn töten wollten. Das Ritual sieht vor, dass der Forscher etwas sagt. Entspricht das Gesagte der Wahrheit, wird der Forscher vergiftet. Lügt er, so erleidet er den Feuertod. Mit welcher Aussage entkam der Forscher den Wilden?

## Die Tür zur Freiheit

Ein Gefangener erhält die Chance, entlassen zu werden. Dazu stellt man ihn vor 2 Türen, von denen eine in die Freiheit und die andere zurück ins Gefängnis führt. Vor den 2 Türen stehen Wärter, von denen einer immer die Wahrheit sagt, der zweite immer lügt. Der Gefangene darf einem Wärter eine Frage stellen, um die richtige Tür zu erkennen. Wie muss die Frage lauten, wenn der Gefangene nicht weiß, welcher Wärter die Wahrheit sagt.

Der König und sein Premierminister

Ein König möchte seinen Premierminister entlassen. Dazu legt er bei einer Konferenz dem Minister 2 Zettel vor, auf deren Rückseite auf einen „Bleiben“ und auf dem anderen „Gehen“ steht. Der Minister glaubt fest daran, dass auf beiden Zetteln „Gehen“ steht. Wie kann der Minister trotzdem sein Amt behalten?

Das große Fressen

Drei Freunde veranstalten ein Fressgelage, zu dem der erste 5 Speisen und der zweite 3 Speisen mitbringt. Der dritte, der nichts eingekauft hat, muss den beiden anderen 80 DM bezahlen. Wie sind die 80 DM zu verteilen, wenn alle Speisen gleich viel kosten?

Die Hälfte ist gleich dem Ganzen.

*Beweis:* Ansatz ist das 3. Binom

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

da die Gleichung für beliebige  $a$  und  $b$  gilt, kann auch  $b = a$  gesetzt werden:

$$a^2 - a^2 = (a + a) \cdot (a - a) \quad | \text{ links wird } a \text{ ausgeklammert}$$

$$a \cdot (a - a) = (a + a) \cdot (a - a) \quad | : (a - a)$$

$$a = a + a$$

$$a = 2a \quad | :2$$

$$\frac{1}{2}a = a \quad | \text{ d. h. die Hälfte ist gleich dem Ganzen}$$

Alle Zahlen sind untereinander gleich.

*Beweis:*  $a$  und  $b$  seien beliebige Zahlen, dann sei  $c$  die Differenz von  $a$  und  $b$ , also gilt:

$$a - b = c \quad | + b$$

$$a = b + c \quad | \cdot (a - b)$$

$$a^2 - ab = ab + ac - b^2 - bc \quad | - ac$$

$$a^2 - ab - ac = ab - b^2 - bc$$

$$a \cdot (a - b - c) = b \cdot (a - b - c) \quad | : (a - b - c)$$

$$a = b \quad | \text{ d. h. zwei verschiedene Zahlen sind gleich}$$

Null ist die größte aller Zahlen.

*Beweis:*  $a$  sei eine beliebige, positive Zahl, dann ist  $a - 1$  kleiner als  $a$ , also gilt:

$$a - 1 < a \quad | \cdot (-a)$$

$$-a^2 + a < -a^2 \quad | +a^2$$

$$a < 0$$