

Integrale

Glege 10/93

Aufgabe 1)

Berechne die Fläche im Intervall $[0;1]$:

1) $f(x) = 2x^4$

2) $f(x) = \frac{1}{2}x$

3) $f(x) = 2x$

4) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

5) $f(x) = \sqrt{x}$

6) $f(x) = \frac{2}{3x}$

7) $f(x) = \frac{4}{3\sqrt{x}}$

8) $f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$

9) $f(x) = \frac{3-x^2}{4}$

Aufgabe 2)

Berechne die Fläche im Intervall $[0;1]$:

1) $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 3$

2) $f(x) = x^3 - x + 4$

3) $f(x) = \frac{4}{5}x^3 + 3x^2 - \frac{1}{2}x$

4) $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 4x$

Aufgabe 3)

Bestimme die Stammfunktion unter Verwendung der Faktorregel:

1) $f(x) = -(4x^3 - 2x)$

2) $f(x) = p \sin x - p$

Aufgabe 4)

Bestimme die Stammfunktion zu folgenden Funktionen. Benutze die partielle Integration nach dem "Phönix"-Prinzip, dh. zweimal partiell integrieren, Gleichung nach der Stammfunktion auflösen:

1) $f(x) = \sin x \cdot e^x$

2) $f(x) = \cos x \cdot e^x$

Aufgabe 5)

Berechne die Fläche unter den Graphen der folgenden Funktionen:

Beachte dabei die Nullstellen und die Symmetrieeigenschaften der Funktionen $f(x)$!

1) $f(x) = \int_{-3}^3 (9 - x^2) dx$

2) $f(x) = \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx$

3) $f(x) = \int_0^{2p} \sin x dx$

4) $f(x) = \int_{-2}^2 (x^4 - x^2 - 12) dx$

5) $f(x) = \int_{-1}^1 \frac{1}{2}(x^2 - 1) dx$

6) $f(x) = \int_{-4}^4 (x^2 - 4) dx$

7) $f(x) = \int_0^2 x \cdot (x-1) \cdot (x-2) dx$

8) $f(x) = \int_{-p}^p -2 \cos x dx$

Aufgabe 6)

Berechne die Fläche im angegebenen Intervall. Löse durch partielle Integration:

- 1) $f(x) = 2x \cdot e^x$ Int: $[0;1]$; $2x = u$; $e^x = v'$
- 2) $f(x) = 2x \cdot \sin x$ Int: $[0;\pi]$; $2x = u$; $\sin x = v'$
- 3) $f(x) = x^2 \cdot e^{2x}$ Int: $[0;1]$; $x^2 = u$; $e^{2x} = v'$; zweimal integrieren
- 4) $f(x) = 1 \cdot \ln x$ Int: $[0;1]$; $1 = u$; $\ln x = v'$

Aufgabe 7)

Löse durch Substitution; die Substitutionen und die neuen Intervallgrenzen werden angegeben:

- 1) $f(x) = \int_0^3 \frac{dx}{(4x+2)^2}$ Subst.: $u = 4x+2$; $u' = 4$; $du = 4dx$; Int.: $[2;14]$
- 2) $f(x) = \int_0^2 \frac{x \cdot dx}{x^2 - 4}$ Subst.: $u = x^2-4$; $u' = 2x$; $du = 2x \cdot dx$; Int.: $[-4;0]$
- 3) $f(x) = \int_{-1}^1 \sqrt{(x+1)} dx$ Subst.: $u = x+1$; $u' = 1$; $du = 1dx$; Int.: $[0;2]$
- 4) $f(x) = \int_{-p}^p \cos(2x) dx$ Subst.: $u = 2x$; $u' = 2$; $du = 2dx$; Int.: $[-2\pi; 2\pi]$
- 5) $f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$ Subst.: $u = \sin x$; $u' = \cos x$; $du = \cos x dx$; Int.: $[0;1]$
Ersetze zuerst „ $\cos^3 x$ “ durch „ $(1-\sin^2 x) \cdot \cos x$ “!

Aufgabe 8)

Berechne die Fläche, die von der Parabel $f(x) = -x^2 + 9$ und der x -Achse eingeschlossen wird.

Aufgabe 9)

Berechne die Fläche, die von der Parabel $f(x) = 2x^2 - 8$ und der Geraden $g(x) = 2x - 4$ eingeschlossen wird.

Aufgabe 10)

Eine Parabel 3.Ordnung hat im Punkt $(0/0)$ die Steigung $m=0$. Im Punkt $(1/f(1))$ ist ein Wendepunkt. Der Graph schließt mit der x -Achse eine Fläche von $A = \frac{81}{4}$ FE ein. Wie lautet die Funktion?

Aufgabe 11)

Eine Parabel 3.Ordnung geht durch den Ursprung. Die Tangente an der Stelle $x=1$ ist parallel zur x -Achse. Bei $x=2$ ist ein Wendepunkt. Die Kurve schließt mit der x -Achse eine Fläche von 9cm^2 ein. Wie lautet die Funktion?