

# Integrale

Glege 10/93

## Aufgabe 1)

Berechne die Fläche im Intervall  $[0;1]$ :

1) $f(x) = 2x^4$	2) $f(x) = \frac{1}{2}x$	3) $f(x) = 2x$
4) $f(x) = \frac{1}{x^2}$	5) $f(x) = \sqrt{x}$	6) $f(x) = \frac{2}{3x}$
7) $f(x) = \frac{4}{3\sqrt{x}}$	8) $f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$	9) $f(x) = \frac{3-x^2}{4}$

## Aufgabe 2)

Berechne die Fläche im Intervall  $[0;1]$ :

1) $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 3$	2) $f(x) = x^3 - x + 4$
3) $f(x) = \frac{4}{5}x^3 + 3x^2 - \frac{1}{2}x$	4) $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 4x$

## Aufgabe 3)

Bestimme die Stammfunktion unter Verwendung der Faktorregel:

1) $f(x) = -(4x^3 - 2x)$	2) $f(x) = p \sin x - p$
--------------------------	--------------------------

## Aufgabe 4)

Bestimme die Stammfunktion zu folgenden Funktionen. Benutze die partielle Integration nach dem "Phönix"-Prinzip, dh. zweimal partiell integrieren, Gleichung nach der Stammfunktion auflösen:

1) $f(x) = \sin x \cdot e^x$	2) $f(x) = \cos x \cdot e^x$
------------------------------	------------------------------

## Aufgabe 5)

Berechne die Fläche unter den Graphen der folgenden Funktionen:

Beachte dabei die Nullstellen und die Symmetrieeigenschaften der Funktionen  $f(x)$ !

1) $f(x) = \int_{-3}^3 (9 - x^2) dx$	2) $f(x) = \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx$
3) $f(x) = \int_0^{2p} \sin x dx$	4) $f(x) = \int_{-2}^2 (x^4 - x^2 - 12) dx$
5) $f(x) = \int_{-1}^1 \frac{1}{2}(x^2 - 1) dx$	6) $f(x) = \int_{-4}^4 (x^2 - 4) dx$
7) $f(x) = \int_0^2 x \cdot (x-1) \cdot (x-2) dx$	8) $f(x) = \int_{-p}^p -2 \cos x dx$

### Aufgabe 6)

Berechne die Fläche im angegebenen Intervall. Löse durch partielle Integration:

- 1)  $f(x) = 2x \cdot e^x$                       Int:  $[0;1]$  ;  $2x = u$  ;  $e^x = v'$
- 2)  $f(x) = 2x \cdot \sin x$                       Int:  $[0;\pi]$  ;  $2x = u$  ;  $\sin x = v'$
- 3)  $f(x) = x^2 \cdot e^{2x}$                       Int:  $[0;1]$  ;  $x^2 = u$  ;  $e^{2x} = v'$  ; zweimal integrieren
- 4)  $f(x) = 1 \cdot \ln x$                       Int:  $[0;1]$  ;  $1 = u$  ;  $\ln x = v'$

### Aufgabe 7)

Löse durch Substitution; die Substitutionen und die neuen Intervallgrenzen werden angegeben:

- 1)  $f(x) = \int_0^3 \frac{dx}{(4x+2)^2}$                       Subst.:  $u = 4x+2$ ;  $u' = 4$ ;  $du = 4dx$ ; Int.:  $[2;14]$
- 2)  $f(x) = \int_0^2 \frac{x \cdot dx}{x^2 - 4}$                       Subst.:  $u = x^2-4$ ;  $u' = 2x$ ;  $du = 2x \cdot dx$ ; Int.:  $[-4;0]$
- 3)  $f(x) = \int_{-1}^1 \sqrt{(x+1)} dx$                       Subst.:  $u = x+1$ ;  $u' = 1$ ;  $du = 1dx$ ; Int.:  $[0;2]$
- 4)  $f(x) = \int_{-p}^p \cos(2x) dx$                       Subst.:  $u = 2x$ ;  $u' = 2$ ;  $du = 2dx$ ; Int.:  $[-2\pi; 2\pi]$
- 5)  $f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$                       Subst.:  $u = \sin x$ ;  $u' = \cos x$ ;  $du = \cos x dx$ ; Int.:  $[0;1]$   
Ersetze zuerst „ $\cos^3 x$ “ durch „ $(1-\sin^2 x) \cdot \cos x$ “!

### Aufgabe 8)

Berechne die Fläche, die von der Parabel  $f(x) = -x^2 + 9$  und der  $x$ -Achse eingeschlossen wird.

### Aufgabe 9)

Berechne die Fläche, die von der Parabel  $f(x) = 2x^2 - 8$  und der Geraden  $g(x) = 2x - 4$  eingeschlossen wird.

### Aufgabe 10)

Eine Parabel 3.Ordnung hat im Punkt  $(0/0)$  die Steigung  $m=0$ . Im Punkt  $(1/f(1))$  ist ein Wendepunkt. Der Graph schließt mit der  $x$ -Achse eine Fläche von  $A = \frac{81}{4}$  FE ein. Wie lautet die Funktion?

### Aufgabe 11)

Eine Parabel 3.Ordnung geht durch den Ursprung. Die Tangente an der Stelle  $x=1$  ist parallel zur  $x$ -Achse. Bei  $x=2$  ist ein Wendepunkt. Die Kurve schließt mit der  $x$ -Achse eine Fläche von  $9\text{cm}^2$  ein. Wie lautet die Funktion?