Ausklammern

Ausklammern oder Faktorisieren (= Gegenteil zum Klammer ausmultiplizieren) heißt: aus einer Summe (oder Differenz) ein Produkt zu bilden.

Beispiel: $8x - 12 = 4 \cdot 2x - 4 \cdot 3 = 4 \cdot (2x - 3)$

Hier steckt der Faktor 4 sowohl in der 8 als auch in der 12. Die 8 wird als 4 mal 2 geschrieben und die 12 als 4 mal 3. Die gemeinsame 4 wird vor die Klammer geschrieben (ausgeklammert), in die Klammer wird der Rest hineingeschrieben.

Achtung: wird ein Summand vollständig vor die Klammer gezogen, muss dafür in die Klammer eine 1 geschrieben werden!

Beispiel: $2 + 6z = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot z = 2 \cdot (1 + 3z)$

Aufgabe 1)

a) $9z + 3 =$

b) $8x + 16y =$

c) $10x - 15 =$

d) $21x + 35y =$

e) $35y - 14 + 49x =$

f) $12x + 16y - 24z =$

g) $12x - 24y + 36z =$

h) $0{,}25a - 0{,}5b + 0{,}75c =$

Außer Zahlen können auch Variablen ausgeklammert werden. Dazu muss die gleiche Variable in allen Summanden vorkommen. Es gilt: $x^2 = x \cdot x$

Beispiel: $4x^2 + 5x = 4 \cdot x \cdot x + 5 \cdot x = x \cdot (4x + 5)$

Aufgabe 2)

a) $9z^2 + 7z =$

b) $3x + 4x^2 =$

c) $2x - 3x^2 + 5x^3 =$

d) $x + 2y^2 - 3y^3 =$

Natürlich besteht auch die Möglichkeit, Zahlen und Variablen gleichzeitig auszuklammern.

Beispiel: $20x^2 + 15x = 5 \cdot 4 \cdot x \cdot x + 5 \cdot 3 \cdot x = 5x \cdot (4x + 3)$

Aufgabe 3)

a) $9z + 6z^2 =$

b) $10x - 15x^2 =$

c) $7y^2 - 14 =$

d) $7y^2 - 14y =$

e) $21x + 35y - 14z =$

f) $21x + 35x^2 - 14x^3 =$

g) $21x^2 + 35x - 14x^3 =$

h) $0{,}25a^2 - 0{,}75a + 1{,}5a^3 =$

Beispiele:

a) $2\,a \cdot (x + 1) + 4\,a^2 \cdot (x + 1) - 6\,a \cdot (x + 1)$

$= 2 \cdot a \cdot (x + 1) + 2 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot (x + 1) - 3 \cdot 2 \cdot a \cdot (x + 1)$

In den drei Summanden kommen überall die Faktoren 2; a und (x+1) vor. Deshalb werden sie ausgeklammert. Da der erste Summand vollständig ausgeklammert wird, muss in die Klammer eine 1 geschrieben werden:

$= 2 \cdot a \cdot (x+1) \cdot (1 + 2\,a - 3)$

$= 2 \cdot a \cdot (x+1) \cdot (-2 + 2\,a)$

b) $4 \cdot x^2 \cdot (a + b) + 2 \cdot x \cdot (a + b)$

$= 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot (a + b) + 2 \cdot x \cdot (a + b)$

In den zwei Summanden kommen überall die Faktoren 2; x und (a+b) vor. Deshalb werden sie ausgeklammert. Da der zweite Summand vollständig ausgeklammert wird, muss in die Klammer eine 1 geschrieben werden:

$= 2 \cdot x \cdot (a + b) \cdot (2\,x + 1)$

Aufgabe 4)

1.) $8\,y \cdot (x + z) + 4\,y \cdot (x + z) - 12\,y^2 \cdot (x + z) =$

2.) $21 \cdot (u - v) - 28 \cdot (u - v) + 7 \cdot (u - v) =$

3.) $3\,y \cdot (5 - x) + 12\,y^2 \cdot (5 - x) - 18\,y^2 \cdot (5 - x) =$

4.) $10\,a \cdot (b + 1) + 40\,a \cdot (b + 1) - 100\,a^2 \cdot (b + 1) =$

5.) $9\,r\,s + 36\,r^2\,s - 54\,r\,s^2 =$

6.) $5\,a\,b \cdot (x + y) + 35\,a^2\,b \cdot (x + y) - 70\,a\,b^2 \cdot (x + y) =$

7.) $24\,a^2 \cdot (k + 1) + 12\,a \cdot (k + 1) - 72\,a^3 \cdot (k + 1) =$

Lösungen der Aufgabe 4:

1.) $4\,y \cdot (x + z) \cdot (2 + 1 - 3\,y) = 4\,y \cdot (x + z) \cdot (3 - 3\,y)$

2.) $7 \cdot (u - v) \cdot (3 - 4 + 1) = 7 \cdot (u - v) \cdot 0 = 0$

3.) $3\,y \cdot (5 - x) \cdot (1 + 4\,y + 6\,y) = 3\,y \cdot (5 - x) \cdot (1 - 2\,y)$

4.) $10\,a \cdot (b + 1) \cdot (1 + 4 - 10\,a) = 10\,a \cdot (b + 1) \cdot (5 - 10\,a)$

5.) $9\,r\,s \cdot (1 + 4\,r - 6\,s)$

6.) $5\,a\,b \cdot (x + y) \cdot (1 + 7\,a - 14\,b)$

7.) $12\,a \cdot (k + 1) \cdot (2\,a + 1 - 6\,a^2)$