

# Ableitungen

Glebe 7/94

## 1) Ableitungsregel

Zuerst wird der Faktor vor dem  $x$  mit dem Exponenten multipliziert, dann wird der Exponent um 1 vermindert.  $x$  ohne Exponent fällt beim Ableiten weg. Konstanten werden beim Ableiten zu Null.

zur Schreibweise: Funktion  $f(x)$ , erste Ableitung  $f'(x)$ , zweite Ableitung  $f''(x)$  usw.

z.B.:  $f(x) = 2x^3$  Der Exponent 3 wird mit dem Faktor 2 multipliziert,  
 $f'(x) = 6x^2$  dann wird der Exponent 3 um eins auf 2 vermindert.

Übungen:

- 1)  $f(x) = 2x^4$       2)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$       3)  $f(x) = 2x$   
4)  $f(x) = -2x$       5)  $f(x) = x^{-3}$       6)  $f(x) = (\frac{1}{4}x)^3$

## 2) Summenregel

Summenregel:  $[f+g]' = f' + g'$       bzw.       $[f-g]' = f' - g'$

Leite folgende Funktionen dreimal ab!

- 1)  $f(x) = 2x^4 + 4x^3 - 3x^2$       2)  $f(x) = 5x^5 - 3x^4 - 2x^2 - 3$   
3)  $f(x) = -4x^3 - 2x^2 + 3x$       4)  $f(x) = 4x^6 + 3x^4 - 6x^2 + 1$

## 3) Faktorregel

Faktorregel:  $[c \cdot f(x)]' = c \cdot f'(x)$

Leite folgende Funktionen einmal nach der Faktorregel und einmal nach der Summenregel (Klammer auflösen) ab! Vergleiche die Ergebnisse!

- 1)  $f(x) = 2(3x^3 - 2x)$       2)  $f(x) = 4(x^2 + 2x)$

## 4) Produktregel

Produktregel:  $[f \cdot g]' = f' \cdot g + g' \cdot f$

Leite folgende Funktionen einmal ab!

- 1)  $f(x) = 2x^3 \cdot 4x^2$       2)  $f(x) = x^3 \cdot (2x^2 - 4)$       3)  $f(x) = (2x^3 - x^2) \cdot (4x^2 + 2x - 3)$

## 5) Quotientenregel

$$\left[ \frac{u}{v} \right]' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Leite folgende Funktionen zweimal ab!

- 1)  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x}{4x^3}$       2)  $f(x) = \frac{x^4 - 1}{2x}$       3)  $f(x) = \frac{1}{x+1}$

## 6) Kettenregel

Kettenregel:  $[f(g(x))]' = f'(g) \cdot g'(x)$  „innere mal äußere Ableitung“

Übungen:

1)  $f(x) = (x + 1)^2$

2)  $f(x) = (x^2 - 2)^3$

3)  $f(x) = \sqrt{3x - 4}$

4)  $f(x) = \sin^2 x$

5)  $f(x) = \cos(x^2)$

6)  $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 + 3x}$

## 7) Ableitung trigonometrischer Funktionen

$$[\sin x]' = \cos x$$

$$[\cos x]' = -\sin x$$

$$[-\sin x]' = -\cos x$$

$$[-\cos x]' = \sin x$$

## 8) Ableitung der Exponentialfunktion mit der Basis e

$$[e^{f(x)}]' = f'(x) \cdot e^{f(x)}$$

Beispiel:  $[e^{2x-1}]' = 2 \cdot e^{2x-1}$

## 9) Aufgaben

Bilde die erste Ableitung!

1)  $f(x) = x^3 \cdot \sin x$

2)  $f(x) = \frac{3x^2}{\cos x}$

3)  $f(x) = e^{2x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}}$

4)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{2x+1}{\cos x}}$

5)  $f(x) = \frac{1}{2} x^2 \cdot \sin^3(x)$

6)  $f(x) = \sqrt{\frac{\sin(x^2-1)}{x^2 \cdot \cos x}}$

7)  $f(x) = e^x \cdot 3x^2 \cdot \cos(2x)$

8)  $f(x) = \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\sin x}$

9)  $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$

## 10) Aufgaben

Beachte die Variable in der Angabe „f(Variable)“ und leite einmal ab!

1)  $f(x) = x^2 - a^2$

2)  $f(a) = x^2 - a^2$

3)  $f(y) = x^2 - a^2$

## 11) Aufgabe

Bestimme über den Differenzenquotienten die Steigung der Parabel  $f(x) = 2x^2$  allgemein, indem die Variable  $x$  nicht eingesetzt wird. Leite dann die Funktion nach den Ableitungsregeln ab und vergleiche die Ergebnisse. Mache Dir den Unterschied zwischen Ausgangsfunktion  $f(x)$  und der ersten Ableitung  $f'(x)$  klar.

Berechne dann folgende Werte:

a) die Steigung in  $(0/f(0))$

b) den Funktionswert  $f(0)$

c) die  $x$ -Koordinate des Punktes mit der Steigung  $m = 4$

d) die  $y$ -Koordinate des Punktes mit der Steigung  $m = -1$